

## INTERROGATION

9 avril 2018

[ durée : 1 heure ]

 **Documents autorisés :** *Une feuille A4 recto-verso écrite à la main.*

### Exercice 1 (Carré dans un triangle)

Soient  $\triangle ABC$  un triangle,  $H$  le pied de la hauteur issue de  $A$ , et  $IJKL$  un carré tel que  $I \in [AB]$ ,  $J, K \in [BC]$  et  $L \in [CA]$ . On note les longueurs  $a = BC$ ,  $h = AH$  et  $d = IJ$ .

a) Déterminer une relation entre les longueurs  $a$ ,  $h$  et  $d$ .

*Indication : Vous pouvez utiliser Thalès à deux reprises.*

b) Exprimer le rapport des aires du carré  $IJKL$  et du triangle  $\triangle ABC$  en fonction de  $a$  et  $h$ .

c) Que vaut ce rapport dans le cas où le triangle  $\triangle ABC$  est équilatéral ?

### Exercice 2 (cas particulier du théorème de Ptolémée)

Soient  $\triangle ABC$  un triangle équilatéral et  $M$  un point du cercle circonscrit situé sur le petit arc  $\widehat{BC}$  (qui ne contient pas  $A$ ). Montrer l'égalité

$$MA = MB + MC.$$

*Plusieurs démarches sont possibles :*

- en utilisant la trigonométrie, et l'expression de la longueur d'une corde ;
- en utilisant la construction vue en td pour la démonstration du théorème de Ptolémée, qui introduit un point  $K$  sur  $[AM]$  ;
- en comparant des surfaces.