

INTERROGATION

9 avril 2018

[durée : 1 heure]

 **Documents autorisés :** *Une feuille A4 recto-verso écrite à la main.*

Exercice 1 (Carré dans un triangle)

Soient $\triangle ABC$ un triangle, H le pied de la hauteur issue de A , et $IJKL$ un carré tel que $I \in [AB]$, $J, K \in [BC]$ et $L \in [CA]$. On note les longueurs $a = BC$, $h = AH$ et $d = IJ$.

a) Déterminer une relation entre les longueurs a , h et d .

Indication : Vous pouvez utiliser Thalès à deux reprises.

b) Exprimer le rapport des aires du carré $IJKL$ et du triangle $\triangle ABC$ en fonction de a et h .

c) Que vaut ce rapport dans le cas où le triangle $\triangle ABC$ est équilatéral ?

Exercice 2 (cas particulier du théorème de Ptolémée)

Soient $\triangle ABC$ un triangle équilatéral et M un point du cercle circonscrit situé sur le petit arc \widehat{BC} (qui ne contient pas A). Montrer l'égalité

$$MA = MB + MC.$$

Plusieurs démarches sont possibles :

- *en utilisant la trigonométrie, et l'expression de la longueur d'une corde ;*
- *en utilisant la construction vue en td pour la démonstration du théorème de Ptolémée, qui introduit un point K sur $[AM]$;*
- *en comparant des surfaces.*