

INTERROGATION

5 mars 2018

[durée : 2 heures]

 **Documents autorisés :** *Une feuille A4 recto-verso écrite à la main.*

Exercice 1 (Construction à la règle et compas)

Soient $O(0,0)$ et $I(1,0)$ deux points donnés du plan euclidien. Illustrer par un dessin et donner un programme de construction à la règle et au compas à partir de O et I :

- du point $J(0,1)$,
- du point $K(\frac{2}{3},0)$,
- de points $L \in [O, I)$ et M tels que $\triangle OLM$ soit rectangle en M , $OL = \frac{4}{3}$ et $LM = \frac{2}{3}$.

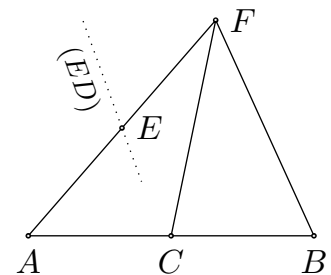
Exercice 2 (Axiomatique)

On rappelle les propriétés d'incidence et d'ordre :

- | | |
|---|---|
| <p>(I1) par deux points distincts passe une unique droite,</p> <p>(I2) toute droite contient au moins deux points distincts,</p> <p>(I3) il existe trois points non alignés,</p> <p>(O1) si C est entre A et B, alors A, B et C sont alignés, deux à deux distincts et C est aussi entre B et A,</p> <p>(O2) pour tous points distincts A et B il existe un point C tel que B soit entre A et C,</p> | <p>(O3) parmi trois points alignés deux à deux distincts, un et un seul d'entre eux est entre les deux autres,</p> <p>(O4) soient A, B, et C trois points non alignés et \mathcal{D} une droite ne passant par aucun d'eux. Si \mathcal{D} passe par un point D entre A et B, alors \mathcal{D} passe ou bien par un point entre A et C, ou bien par un point entre B et C, mais pas les deux à la fois.</p> |
|---|---|

En utilisant seulement les propriétés **I1** à **O4** démontrer que si deux points distincts C et D sont entre A et B alors soit D est entre A et C , soit D est entre B et C .

Indication : Vous pouvez vous inspirer du dessin ci-contre.



Exercice 3 (Exemple de droite d'Euler)

On munit le plan \mathcal{P} d'un repère cartésien orthonormal et on considère les points A , B et C de coordonnées respectives $(1, 1)$, $(3, 7)$ et $(-1, 3)$.

- a) (i) Déterminer une équation cartésienne de chacune des trois médianes du triangle $\triangle ABC$.
(ii) Vérifier que G isobarycentre de A , B et C est l'intersection de ces médianes.
- b) (i) Déterminer une équation cartésienne de chacune des trois médiatrices du triangle $\triangle ABC$.
(ii) Vérifier que ces trois médiatrices sont concourantes en un point noté O .
- c) (i) Déterminer une équation cartésienne de chacune des trois hauteurs du triangle $\triangle ABC$.
(ii) Vérifier que ces trois hauteurs sont concourantes en un point noté H .
- d) Vérifier que les points G , O et H sont alignés.

Exercice 4 (Kangourou 2008)

$\triangle PQR$ est un triangle dont les longueurs des côtés, PR , PQ et QR , sont respectivement 5, 6 et 3. T et S sont deux points, respectivement pris sur les segments $[PR]$ et $[PQ]$, tels que la droite (TS) soit tangente au cercle inscrit dans le triangle $\triangle PQR$. Déterminer le périmètre du triangle $\triangle PST$.

