

## INTERROGATION

1 avril 2019

[ durée : 1 heure ]

**!** Documents autorisés : Une feuille A4 recto-verso écrite à la main.

### Exercice 1 (Puissance d'un point par rapport à un cercle)

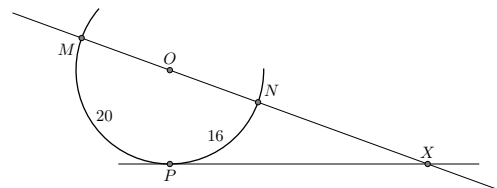
Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$ . Soient  $M$  un point quelconque à distance  $d = OM$  du centre, et  $\mathcal{D}$  une droite passant par  $M$  et coupant le cercle en deux points  $A$  et  $B$  non nécessairement distincts.

- Donner le signe du produit  $\overline{AM} \cdot \overline{BM}$  des longueurs algébriques  $\overline{AM}$  et  $\overline{BM}$  en fonction de  $M$ .
- On suppose  $M$  intérieur au cercle  $\mathcal{C}$ . Montrer que le produit  $\overline{AM} \cdot \overline{BM}$  est indépendant de la droite  $\mathcal{D} = (AB)$ .
- Exprimer ce produit en fonction du rayon  $R$  et de la distance  $d = OM$ .
- Montrer que les résultats des deux questions précédentes sont encore vrais pour tout point  $M$  du plan<sup>1</sup> et toute droite  $\mathcal{D}$  intersectant le cercle.

On appelle *puissance de  $M$  par rapport au cercle  $\mathcal{C}$*  le scalaire ainsi défini, noté  $\pi_{\mathcal{C}}(M)$ .

### Exercice 2 (Kangourou 2016)

Sur la figure ci-contre la droite  $(XP)$  est tangente en  $P$  au cercle de centre  $O$  et de diamètre  $[MN]$ . Si les longueurs des arcs  $\widehat{MP}$  et  $\widehat{NP}$  sont respectivement 20 et 16, combien vaut l'angle  $\widehat{OXP}$  ?



1. Non nécessairement intérieur au cercle  $\mathcal{C}$ .