

## RATTRAPAGE

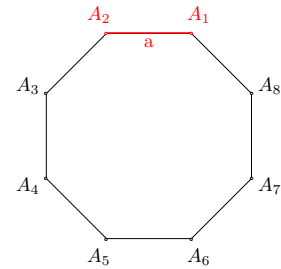
21 juin 2019

[ durée : 3 heures ]

 **Documents autorisés :** *Une feuille A4 recto-verso écrite à la main.*

### Exercice 1 (Construction à la règle et compas)

- a) Soient  $A_1$  et  $A_2$  deux points distincts du plan. Construire à la règle et au compas (en rédigeant le programme de construction choisi) les sommets  $A_1, A_2, \dots, A_8$  d'un octogone régulier<sup>1</sup> ayant  $A_1A_2$  pour côté.
- b) Déterminer l'aire de cet octogone régulier en fonction de la longueur  $a = A_1A_2$ .



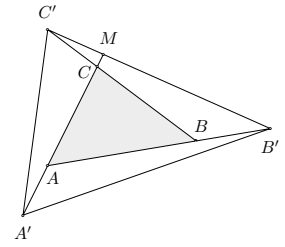
### Exercice 2 (Quadrilatère inscriptible et aire)

- a) À quelle condition un parallélogramme  $ABCD$  est-il inscrit dans un cercle<sup>2</sup>?
- b) Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de rayon  $R$ . Quelle est l'aire maximale d'un parallélogramme inscrit dans le cercle  $\mathcal{C}$ ?
- c) Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de rayon  $R$  et  $ABCD$  un parallélogramme d'aire  $S$  inscrit dans  $\mathcal{C}$ . Exprimer le périmètre  $P$  de  $ABCD$  en fonction du rayon  $R$  et de l'aire  $S$ .
- d) Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de rayon  $R$ . Quel est le périmètre maximal d'un parallélogramme inscrit dans le cercle  $\mathcal{C}$ ?

1. Octogone convexe dont les côtés ont tous la même longueur.  
2. C.-à-d. a les quatre sommets sur un même cercle.

### Exercice 3 (Triangles)

Soit  $ABC$  un triangle. On considère le triangle  $A'B'C'$  obtenu en prolongeant vers l'extérieur chaque côté de la moitié de sa longueur. Plus précisément,  $A'$  est le point de  $[CA)$  tel que  $AA' = \frac{1}{2}CA$ ,  $B'$  le point de  $[AB)$  tel que  $BB' = \frac{1}{2}AB$  et  $C'$  le point de  $[BC)$  tel que  $CC' = \frac{1}{2}BC$ .



- Calculer l'aire de  $A'B'C'$  en fonction de l'aire de  $ABC$ .
- Démontrer que la droite  $(AC)$  coupe la droite  $(B'C')$  en un point  $M$  situé entre  $B'$  et  $C'$ .
- Démontrer que  $\frac{C'M}{B'M} = \frac{1}{3}$ . *Indication : On peut utiliser le lemme dit « du chevron ».*
- Expliquer comment retrouver le triangle d'origine  $ABC$  à partir du triangle  $A'B'C'$ .

### Exercice 4 (Kangourou 2005)

Dans le quadrilatère  $JKLM$ , la droite  $(KM)$  est la bissectrice de  $\widehat{JKL}$  et  $JL = KL$ . En sachant que  $\widehat{KML} = 80^\circ$  et  $\widehat{JLK} = 20^\circ$ , que vaut l'angle  $\widehat{KJM}$  ?

